

# Egyenes, hullámos falú csővezetékek csősúrlódási tényezője

Gergely Dániel Zoltán\*

## Jelölésjegyzék

Jelölés	Megnevezés	Mértékegység
$\rho$	A közeg sűrűsége	kg/m <sup>3</sup>
$\nu$	A közeg kinematikai viszkozitása	m <sup>2</sup> /s
$g$	Gravitációs gyorsulás	m/s <sup>2</sup>
$p_S$	Statikus nyomás	Pa
$H_S$	Statikus nyomás méterben kifejezve	m
$d_H$	Hidraulikai átmérő	mm; m
$d_{belső}$	Hullámos falú csővezeték belső átmérője	mm; m
$D_{külső}$	Hullámos falú csővezeték külső átmérője	mm; m
$D_{ar}$	Hullámos falú csővezeték aritmetikai közepes átmérője	mm; m
$\lambda$	Csősúrlódási tényező	–
$\bar{w}$	Az áramló közeg átlagsebessége	m/s
$L$	A cső hosszúsága	m
$\Delta p_S$	Csősúrlódási nyomásvesztés	Pa
$\Delta H_S$	Csősúrlódásból adódó veszteségmagasság	m
$\dot{V}$	Térfogatáram	m <sup>3</sup> /s
$k$	Abszolút felületi érdesség	mm; m
Re	Reynolds-szám	–
$r_H$	Hidraulikai sugár	mm; m
$U_S$	Felületi szerkezet egyenletességi tényező	–
$\varepsilon$	Hullámmagasság	mm; m
$\omega$	Érdességi elemek (hullámprofil) hosszirányú távolsága (osztás)	mm; m
$s$	Belső hullámprofil vastagság (hossza)	mm; m
$\sigma$	Külső hullámprofil vastagság	mm; m
$E$	Hullám-érdességet jellemző koefficiens	–
$\delta$	Falvastagság	mm; m
$\alpha$	Hullámos falú csővezeték geometriai paramétereitől függő tényező	mm; m
$\beta$	Hullámos falú csővezeték geometriai paramétereitől függő tényező	mm; m

## Bevezetés

A csősúrlódási tényezővel kapcsolatos kutatások több mint 150 évvel ezelőtt kezdődtek. A csősúrlódási tényező számítása az egyik legfontosabb paraméter a hálózatok nyomásvesztésének meghatározása során. Az épületgépészetben túlnyomórészt „sima” csővezetékek fordulnak elő, ám esetenként bizonyos technikai megoldások az ún. hullámos falú csővezetékkel oldhatók meg. Ezeket a típusú csővezetéseket alkalmazzák távfűtési csőhálózatként, égéstermék-elvezető rendszereknél, légtechnikai rendszereknél, készülékek bekötésénél és minden olyan speciális esetben, amikor az adott szakterületen merevfalú csőrendszerrel nem oldható meg a fluidum szállítása.

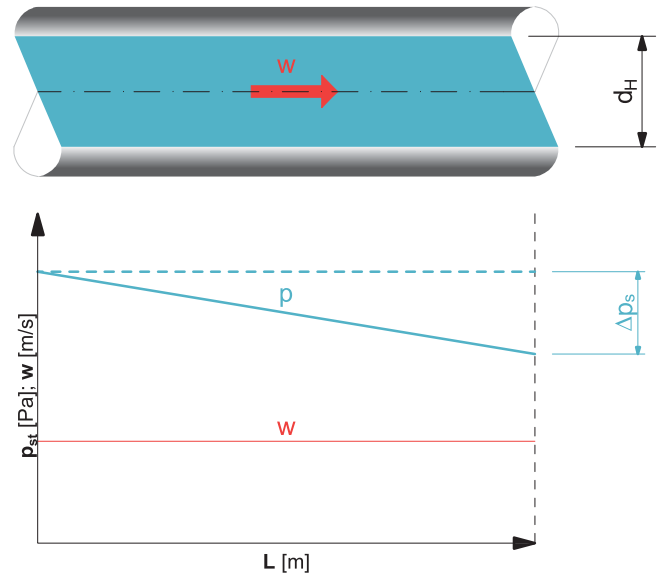


BSc. épületgépész-mérnök

## 1. A Darcy-Weisbach súrlódási törvény

Henry-Philibert-Gaspard Darcy (1803-1858) és Julius Ludwig Weisbach (1806-1871) egymástól függetlenül meghatároztak egy  $L$  hosszúságú csővezetékben létrejövő nyomásvesztés számítására vonatkozó összefüggést, amelyet *Darcy-Weisbach* súrlódási törvénynek hívunk. Fontos megemlíteni, hogy a képletük inkompresszibilis közeg stacionárius, adiabatikus csőáramlása esetén érvényes.

Az **1. ábrán** láthatjuk, hogyan alakul a statikus nyomás és az áramlási sebesség összenyomhatatlan közeg áramlása esetén. A fő megállapítás, hogy az  $L$  hosszúságú csővezetéken létrejövő nyomásvesztés a cső hosszával egyenesen arányos.



1. ábra. Inkompresszibilis közeg áramlása

A *Darcy-Weisbach* differenciálegyenlet és levezetése nyomás alakban a következő:

$$-dp_S = -\rho \cdot g \cdot dH_S = \frac{\lambda}{d_H} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2 dL,$$

$$\int_{p_{S1}}^{p_{S2}} -dp_S = \int_{H_{S1}}^{H_{S2}} -\rho \cdot g \cdot dH_S = \int_{L_1}^{L_2} \frac{\lambda}{d_H} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2 dL.$$

A negatív előjel azért kell, mert a nyomás a cső tengelye mentén csökken.

Tagonként elvégezzük az integrálásokat:

$$\int_{p_{S1}}^{p_{S2}} -dp_S = -(p_{S2} - p_{S1}) = p_{S1} - p_{S2} = \Delta p_S,$$

$$\int_{H_{S1}}^{H_{S2}} -\rho \cdot g dH_S = \rho \cdot g \int_{H_{S1}}^{H_{S2}} -dH_S = -(H_{S2} - H_{S1}) \cdot \rho \cdot g =$$

$$= (H_{S1} - H_{S2}) \cdot \rho \cdot g = \Delta H_S \cdot \rho \cdot g ,$$

$$\int_{L_1}^{L_2} \frac{\lambda}{d_H} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2 dL = \frac{\lambda}{d_H} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2 \int_{L_1}^{L_2} dL = \frac{\lambda}{d_H} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2 \cdot (L_2 - L_1) .$$

Mivel  $L_2 - L_1$  gyakorlatilag a cső teljes hossza, így helyére csak  $L$ -t írunk. Ezzel a levezetett *Darcy-Weisbach* súrlódási törvény a következő alakot ölti:

$$\Delta p_S = \Delta H_S \cdot \rho \cdot g = \lambda \cdot \frac{L}{d_H} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \bar{w}^2 = \frac{8 \cdot \lambda \cdot L \cdot \rho \cdot \dot{V}^2}{d_H^5 \cdot \pi^2} .$$

Ebből kifejezve a csősúrlódási tényezőt, kapjuk, hogy

$$\lambda = \frac{d_H \cdot \Delta p_S \cdot 2}{L \cdot \rho \cdot \bar{w}^2} .$$

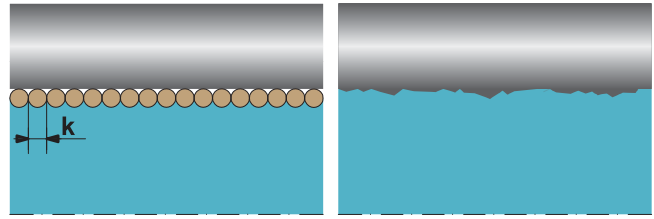
Fontos megjegyezni, hogy hullámos falú csőrendszereknél a  $d_H$  hidraulikai átmérő alatt a  $d_{\text{belső}}$  legkisebb belső átmérő értendő!

## 2. A csősúrlódási tényező fejlődéstörténetének legfontosabb mérföldkövei

A világon először *Johann Nikuradse* 1933-ban Németországban publikált egy olyan diagramot, amely különböző csővezetékek súrlódási tényezőjének meghatározására szolgál. A közzétett diagram előtt is léteztek már különböző számítási eljárások. Néhány nevesebb kutató publikálta empirikus egyenletét, azonban mindegyik összefüggés csak adott cső-típusra volt érvényes. Az egyszerűségekre való törekvés gyanánt *Arsène Jules Étienne Juvénal Dupuit* meghatározta azt az értéket, amely a leggyakrabban fordul elő csőáramlások során, ez az érték  $\lambda = 0,0303$ .

Megjegyzendő, hogy ez a mennyiség „közönséges vízvezetékerekre” értendő. A csősúrlódási tényező meghatározására vonatkozó univerzális jellegű görbét *Nikuradse* állította elő először, amely a csővezetékek hidraulikai szempontból egyik legfontosabb jellemzőjét tartalmazta. Ezt a tényezőt  $k$  – abszolút felületi érdességnek hívjuk, amelynek fogalmát először *Nikuradse* vezette be. Annak érdekében, hogy a különböző érdességű és hidraulikai átmérőjű csővezetékekre meg tudja határozni a csősúrlódási tényezőt, szítalással azonos átmérőjű homokszemcséket állított elő, amelyeket különböző átmérőjű csővezetékek belső falára ragasztott. Ebből következően a csősúrlódási tényezőt  $Re > 2320$  esetén különböző  $k/d_H$  relatív csőérdesség ( $d_H/k$  – csőérdesség) függvényében ábrázolta.

Amiatt, hogy homokot használt fel a csőérdesség előállításához, szokás a *Nikuradse*-féle felületi érdességet homokérdességnek is nevezni (technikai értelemben mesterséges homokérdesség). A diagrammal, illetve a rajta leolvasott eredményekből adódik egy gyakorlati probléma, mégpedig az, hogy az abszolút felületi érdesség jellege a kereskedelemben kapható csővezetékeknél jellemzően nem homogén, hanem inhomogén, a különbséget láthatjuk a **2. ábrán**.



2. ábra. Homogén és inhomogén felületi érdesség

Ebből adódóan *Cyril Frank Colebrook* és *Cedric Masey White* 1937-ben publikálták a róluk elnevezett híres *Colebrook-White* egyenletet, amely a kereskedelmi forgalomban kapható csővezetékekre alkalmazható, azaz

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \left[ \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + 0,269 \cdot \frac{k}{d_H} \right] .$$

Amennyiben sima csővel van dolgunk ( $k/d_H = 0$ ), akkor kapjuk, hogy

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \lg \left[ \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right] ,$$

amellyel közel azonos eredményre jutunk, mint a *Prandtl-Kármán* képlettel, vagyis

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg (Re \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8 .$$

A szakirodalom egyenlővé teszi ezt a két egyenletet, helytelenül. A két egyenlet eredménye a gyakorlatban egyenlőnek tekinthető, de matematikailag nem!

Az egyenlet iterálással oldható meg, vagyis ez egy implicit függvény. Sok kutató határozott meg a csősúrlódási tényező számítására vonatkozó képletet, amelyek közül még a tisztá turbulens tartományt lefedő *Nikuradse*-képletet fontos megemlíteni, vagyis

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg \left( \frac{r_H}{k} \right) + 1,74 .$$

Jellemzően a hidraulikai átmérő használata pragmatikusabb, mint a hidraulikai sugáré, így a szakirodalomban a *Moody*-diagram tárgyalásánál már a

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \lg \left( \frac{d_H}{k} \right) + 1,14$$

képlet található.

A két egyenlet gyakorlati szempontból azonos.

A hidraulikailag sima (*Prandtl-Kármán*) és a kialakult turbulens tartományra (*Nikuradse*) vonatkozó képletekkel kapcsolatosan érdemes megjegyezni, hogy *Kármán Tódor* és *Ludwig Prandtl* elméleti úton vezette le a hidraulikailag sima és kialakult turbulens áramlásra vonatkozó csősúrlódási tényező meghatározására vonatkozó képleteket, majd a kapott összefüggésekben lévő koefficiens értékeket *Nikuradse* göttingeni mérési eredményei alapján határozták meg. Ezeknek a képleteknek a lefedő diagramját *Moody*-diagramnak hívjuk, amelyet *Lewis Ferry Moody* 1944-ben publikált.

A *Colebrook-White* egyenlet alapvetően a hidraulikailag sima és átmeneti tartományban alkalmazható, továbbá nagyon

jó közelítést ad a tiszta turbulens tartományban is (a legtöbb gyakorlati feladatban kielégítő pontosságú).

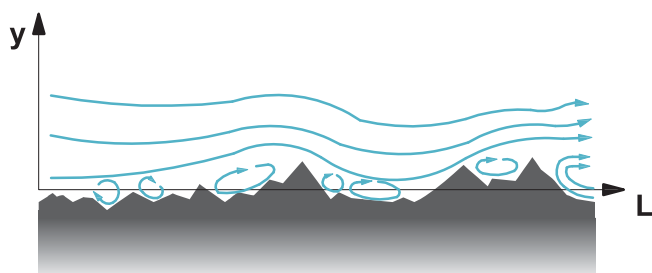
Érdekeség, hogy a *Nikuradse*- és a *Moody*-diagram között is készült egy diagram, amelyet *Rouse*-diagramnak hívnak, ezt *Hunter Rouse* publikálta 1943-ban. Lényegi eltérése abból adódik, hogy más változókat is feltüntetett, ám ez sokak szerint kényelmetlen, zavaró a mérnöki gyakorlatban, így ez a jelleggörbe nem terjedt el.

Az utóbbi időben számos kutató végzett méréseket és az eredmények összegzésével időközben elkészült a *Moody*-diagram módosított változata, amelyet az alábbi egyenlet fed le:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -\frac{2}{U_s} \cdot \lg \left[ \left( \frac{1,547}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right)^{0,9445 U_s} + \left( \frac{k}{3,7 \cdot d_H} \right)^{U_s} \right]$$

Az egyenletben lévő  $U_s$  egy ún. felületi szerkezet egyenletességi tényező. Értéke 1, ha a felületi egyenletesség csekély, amennyiben nagyon egyenletes a felület, akkor  $U_s = 10$ . Tehát a legújabb kutatási eredmények alapján ez utóbbi képlettel tudunk a legpontosabban eljárni a csősúrlódási tényező meghatározása területén.

Összegezve, a kutatásokat túlnyomórészt inhomogén felületi érdességű csővezetésekre (kereskedelmi csővezetékek) végezték. A 3. ábrán látható, hogy milyen jellegű örvénylések keletkeznek valódi felületű (érdesség inhomogén) csővezetéseken. A későbbiekben láthatjuk majd, hogy ezeknek a csöveknek a felülete szignifikánsan eltér a hullámos falú csővezetésektől.



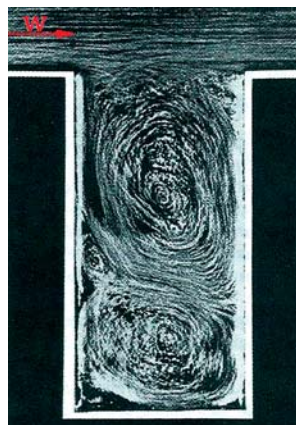
3. ábra. Örvénylések valódi felületű csövekben

### 3. Hullámos falú csővezetékek csősúrlódási tényezője

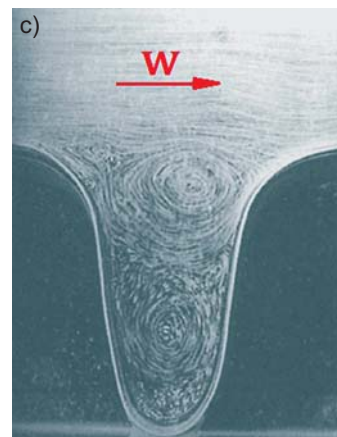
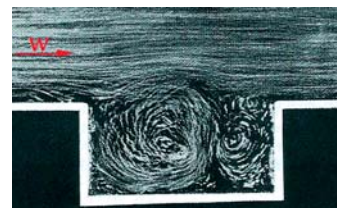
A hullámos falú csővezetékek csősúrlódási tényezője teljesen másképpen alakul, mint az eddigiekben bemutatott csővezetékeké. A hullámos falú csővezetékek érdessége<sup>1</sup> homogén, de ettől még nem jellemezhető *Nikuradse* mérési eredményeivel. Ennek alapvető magyarázatát a 4. ábrán láthatjuk. A képeken látható, hogy a bemélyedés geometriai kialakítása hatással van a benne kialakuló örvénylések jellegére. A hullámos falú csővezetékek geometriai kialakítását láthatjuk az 5. ábrán. Kezdetben *Nikuradse*-n kívül még akadt néhány kutató, akik szándékosan szabályos érdességű csővezetéseket készítettek, amelyeken aztán áramlástechnikai méréseket végeztek.

<sup>1</sup> Hullámos falú csővezetékeknél az érdesség helyett pragmatikusabb a hullámmagasság kifejezést használni.

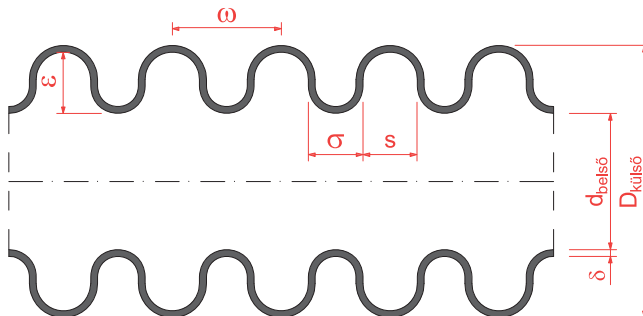
a)  $\varepsilon/s = 1,0; \varepsilon/\omega = 2/1$



b)  $\varepsilon/s = 0,5; \varepsilon/\omega = 1/2$



4. ábra. Szekunder áramlás különböző bemélyedésekben



5. ábra. A hullámos falú csővezetékek geometriai méretei

Például *Konobeev* és *Zhavoronkov* Szovjetunióban végzett vizsgálataik alapján részletes jelentést adnak a hullámos érdességű csővezetékek hidraulikai ellenállásáról. Ők hosszú- és rövid-hullám érdességű csővezetéseket vizsgáltak. A hosszú-hullám érdessége az  $\omega$  – hullámhossznak és  $\varepsilon$  – hullámmagasságnak az arányaként van definiálva, ami olyan nagy, hogy a lamináris határreteg a fal mentén nem szűnik meg.

A csősúrlódási tényező meghatározása hosszú-hullám érdesség esetén a következő:

$$\lambda = \frac{0,3164 + 8,2 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^2}{Re^{0,25}}$$

Az egyenletből látható, hogy ha az  $\varepsilon$  – hullámmagasság 0, vagy az  $\omega$  – hullámhossz  $= \infty$ , akkor a *Blasius*-formulát kapjuk. A rövid hullám-érdesség úgy van definiálva, hogy a lamináris határreteg megszűnik. A rövid- és hosszú-hullámú érdességet az

$$E = 2 \cdot \varepsilon \cdot \frac{D_{ar}}{\omega^2}$$

összefüggés alapján tudjuk beazonosítani, ahol

$$D_{ar} = \frac{d_{belső} + (D_{külső} - 2 \cdot \delta)}{2}$$

Ha  $E < 0,32$ , akkor hosszú-hullám érdességről, ha pedig  $E > 0,6$ , akkor meg rövid-hullám érdességről beszélünk. Az  $E = 0,32 - 0,6$  közötti intervallumot nevezzük átmeneti tartománynak. Rövid-hullám érdességű csővezetésekre az alábbi egyenletet adták meg:

$$\lambda = \frac{0,123}{\left[ \log \left( \frac{D_{ar}}{2 \cdot \varepsilon} \right) \right]^2}$$

Neil ún. „standard” hullámos falú csővezetékek áramlási veszteségeit vizsgálta, amelyek jellemzője a 15” legkisebb átmérő és a 1/2” – 2/3” hullám magasság (mélység). A saját és más kutatók eredményei alapján a következő összefüggést javasolta:

$$\lambda = 0,64 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{d_{belső}} \right)^{1/2}$$

A képletből egyértelműen az mutatkozik meg, hogy Neil szerint a hullámos falú csővezetékek csősúrlódási tényezője független a Reynolds-számtól, tehát a csősúrlódást csak a csővezeték geometriai tulajdonságai határozzák meg.

Allen vizsgálatokat végzett különböző geometriai méretű csővezetéseken és megállapította, hogy a hullámos falú csővezetéseknél is van kritikus Reynolds-számuk (laminár-turbulens átmenet), ennek nagysága 1700. Több kutató, mint a Mississippi Állami Egyetem munkatársai, továbbá Daniels és Cleveland, kutatásaik alapján megállapították, hogy  $Re > 100\,000$  esetén a csősúrlódási tényező hirtelen növekedése érzékelhető. Nagyobb Reynolds-számoknál a csősúrlódási tényező közel állandó.

Daniels és Cleveland a rendelkezésre álló adatok alapján egy igen jól közelítő összefüggést állapított meg a csősúrlódási tényező meghatározására. Az általuk mért és az eddigi eredmények alapján kiszámított értékek között 17%-os eltérés mutatkozott.

$$\lambda = \frac{0,079}{d_{belső}^{0,2}} + \frac{2,38 \cdot Y}{\left[ 6 \cdot \log \left( \frac{d_{belső}}{\varepsilon} \right) - 1,5 \right]^3}$$

ahol

$$Y = \frac{2}{2,713^X + \frac{1}{2,713^X}}; \quad X = \frac{3,84 \cdot 10^6}{Re^{1,224}}$$

Riley az alábbi egyenletet adja flexibilis, hullámos falú tömlők csősúrlódási tényező meghatározására:

$$\lambda = \alpha \cdot Re^b,$$

ahol  $\alpha$  és  $\beta$  a tömlő geometriai paramétereitől függő tényezők. Riley az  $\alpha$  tényező terén különbséget tesz spirális és gyűrűs csővezetékek között. A teljesség igénye nélkül, gyűrűs típusú tömlők esetében

$$\alpha = 0,06352 \cdot \left( \frac{\omega - \sigma}{\varepsilon} \right) - 8,6 \cdot 10^{-3}$$

A  $\beta$  tényező értéke független a tömlő típusától, mennyisége

$$\beta = 0,299 \cdot \left( \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{\omega^2} \right) - 0,0313$$

képlettel határozható meg.

Whitehurst 14 – 76 mm belső átmérőjű hullámos falú csőveken végzett mérései alapján 1966-ban publikálta egyenletét, amely szerint

$$\lambda = 4 \cdot a_1 \cdot Re^{b_1}, \text{ ahol}$$

$$a_1 = 0,01588 \cdot \left( \frac{\omega - \sigma}{\varepsilon} \right) - 0,00215,$$

$$b_1 = 0,2987 \cdot \left( \frac{\varepsilon \cdot \sigma}{\omega^2} \right) - 0,0313.$$

Hawthorne és Helms számítási módszere abból a feltevésből indul ki, hogy a csővezeték belső hullámossága úgy hat az áramlásra, mint egy folyamatos sor nyílás. Ebből az elméletből kiindulva adódik, hogy a Reynolds-szám és a hullám-magasság indifferens, a nyomásvesztés független e két tényezőtől. Vízáramlás esetén 19 – 113 mm belső átmérőjű hullámos falú csővekre Hawthorne és Helms 1963-ban a következő egyenletet publikálta:

$$\lambda = \frac{d_{belső}}{\omega} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d_{belső}}{d_{belső} + 0,438 \cdot \omega} \right)^2 \right]^2$$

Kauder 1974-ben publikálta az alábbi egyenletét, amelyet egy kicsit átalakítva láthatunk:

$$\lambda = 3400 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{d_{belső}} \right)^{4,13} \cdot \left( \frac{\varepsilon}{\omega} \right)^{x_1} \cdot Re^{x_2}, \text{ ahol}$$

$$x_1 = 230 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{d_{belső}} \right)^{2,1} - 0,7; \quad x_2 = 0,193 \cdot e^{x_3};$$

$$x_3 = -3300 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{d_{belső}} \right)^{2,6} \cdot \frac{\varepsilon}{\omega}.$$

Az egyenlet érvényességi tartománya:

$$5 \cdot 10^4 < Re < 3 \cdot 10^5$$

$$0,2 < \varepsilon / \omega < 0,6$$

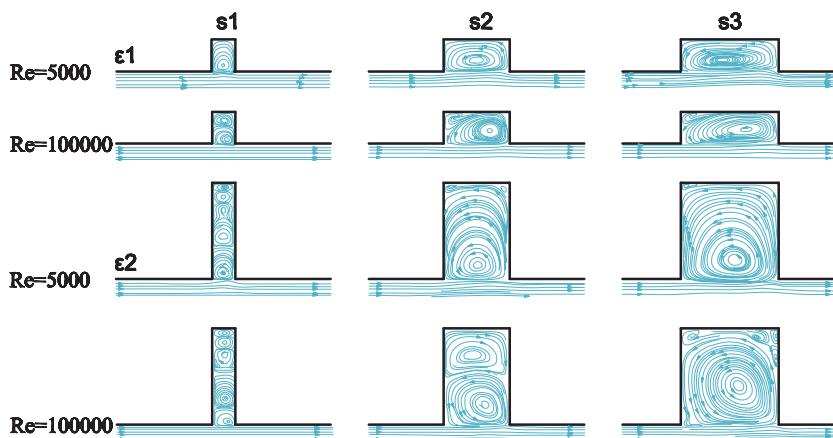
$$0,0455 < \varepsilon / d_{belső} < 0,0635$$

Láthatjuk, hogy akad egy néhány kutató által meghatározott, a csősúrlódási tényezőre vonatkozó képlet. Bizonyos egyenletek ellentmondásosak, például Neil, Hawthorne és Helms egyenletei, miszerint a hullámos falú csővezetékek csősúrlódási tényezője független a Re-számtól. Ha megnézzük a **6. ábrát**, akkor láthatjuk, hogy egy adott geometriai tulajdonságú hullámprofilban kialakuló szekunder áramlás jellemzően változik a Re-számtól függően. Ebből arra az elméleti következtetésre juthatunk, hogy ha az örvénylések jellege változik a Reynolds-szám függvényében, akkor a csősúrlódási tényezőnek is változnie kell.

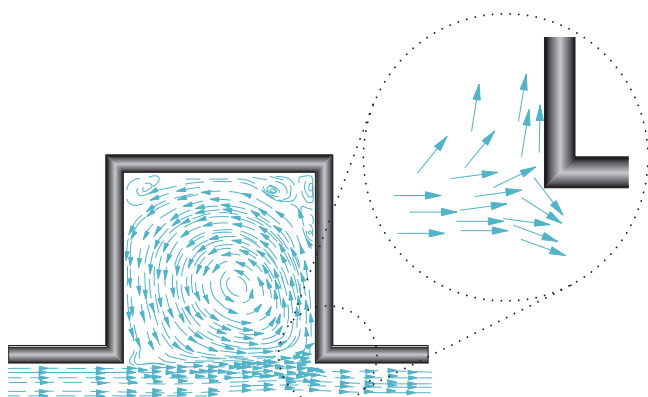
Jellemzően egy adott geometriai tulajdonságú hullámprofilban kialakuló szekunder áramlás (a 6. és 7. ábrának megfelelően a primer áramlás balról jobbra történik) fő örvénylése (nagyobbik) az óramutató járásával ellentétes irányú, a másodlagos (kisebb, a sarokhoz közelebb lévő (k)) az óramutató járásával megegyező irányú. Természetesen a szekunder áramlás jellege függ a hullámprofil kialakításától is.

A **7. ábrán** látható, hogy az áramló közeg hatást gyakorol a profil falára, ezért egy része „kénytelen” a hullámprofilba áramolni, ahol a közeg recirkulál (szekunder áramlás), míg a fennmaradó rész a főáramlással (primer áramlás) tovább áramlik.





6. ábra. A Reynolds-szám és a geometriai kialakítás hatása a hullám-profilban kialakuló szekunder áramlásra

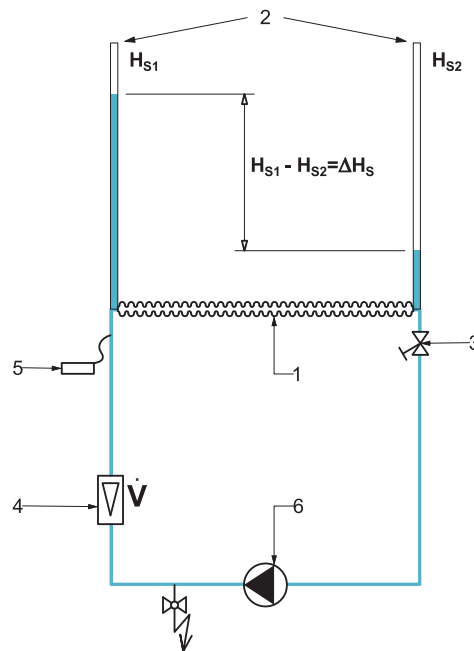


7. ábra. Egy hullámprofilban kialakuló sebességvektorok (Re = 100 000; s3)

#### 4. Saját mérési eredményekkel való összevetés

A mérnöki gyakorlatban a hullámos falú csővezetékek csősúrlódási tényező meghatározásához sok esetben a Colebrook-White egyenletet alkalmazzák. Ez alapvetően nem helytálló, hiszen a szerzőpáros implicit függvénye inhomogén érdesséű csővezetékre alkalmazható. Az eddigi alapján láthatjuk, hogy a hullámos falú csővezetékek csősúrlódási tényezőjével kapcsolatos képletek jellege igencsak eltér. Ennek egyik oka nagy valószínűséggel az, hogy minden kutató más geometriai tulajdonságú csővezetéseken végzett méréseket, amelynek köszönhetően más és más eredmények születtek. Annak érdekében, hogy a gyakorlatban rálátásunk adódhasson a képletek helyességére, az épületgépészetben használatos hullámos falú csővezetéseken áramlástechnikai méréseket végeztem. Ennek elsődleges célja, hogy lássuk, miként alakul adott geometriai kialakítású hullámos falú csővezeték csősúrlódási tényezője.

A mérőkör elvi sémáját a 8. ábra mutatja. A mérés menete: a 6 jelű keringető szivattyú segítségével keringetjük a mérőkörben az 5 jelű hőmérővel mért  $t$  hőmérsékletű víz közeget. A 3 jelű beszabályozó szelep segítségével beállítjuk a kívánt térfogatáramot, amely értéket a 4 jelű rotaméteren láthatunk.



8. ábra. A mérőkör elvi sémája

A 2 jelű vízszintmutatókon (manométerek) tudjuk leolvasni az 1 jelű csővezetéken eső veszteségmagasságot.

A csősúrlódási tényező értékeit a Re-szám függvényében ábrázoljuk. Mint tudjuk

$$Re = \frac{\bar{w} \cdot d_{\text{belső}}}{\nu}$$

A vizsgált csővezetékek geometriai tulajdonságai és a mérések alapján meghatározott koefficiens értékek lentebb, az 1. táblázatban láthatók.

A kapott eredmények alapján a lineáris regresszió alkalmazását tartottam célszerűnek<sup>2</sup>. Ezzel esetünkben a csősúrlódási tényezőt a

$$\lambda = a \cdot Re + b \text{ képlet írja le.}$$

A képletben szereplő  $a$  regressziós együtthatót az

$$a = \frac{n \cdot \sum(Re_i \cdot \lambda_i) - (\sum Re_i) \cdot (\sum \lambda_i)}{n \cdot \sum Re_i^2 - (\sum Re_i)^2}$$

képlettel határoztam meg. Az összefüggésben szereplő  $b$  tengelymetszetet

$$b = \frac{\sum \lambda_i - a \cdot \sum Re_i}{n}$$

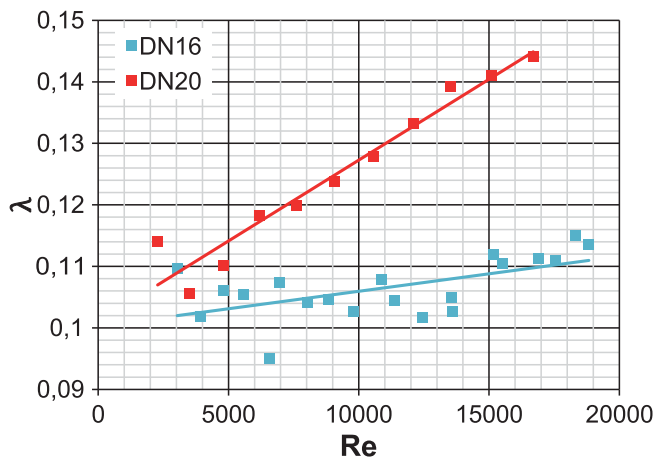
képlettel számítottam.

A kapott eredmények és az illesztett függvények közös koordináta-rendszerben történő ábrázolását láthatjuk a 9. ábrán.

<sup>2</sup>Az eltérések négyzetösszege – a DN16 és DN20 cső esetében – lineáris függvény illesztésével a legkisebb.

1. táblázat. Mért hullámos falú csővezetékek geometriai tulajdonságai

DN	$d_{\text{belső}}$ [mm]	$D_{\text{külső}}$ [mm]	$\delta$ [mm]	$\omega$ [mm]	$\varepsilon$ [mm]	$\sigma$ [mm]	$a$	$b$
16	15,8	19,7	0,3	4,8	1,65	2,4	$5,685 \cdot 10^{-7}$	0,100272
20	19,7	25,0	0,3	6,4	2,35	3,2	$2,629 \cdot 10^{-6}$	0,100988



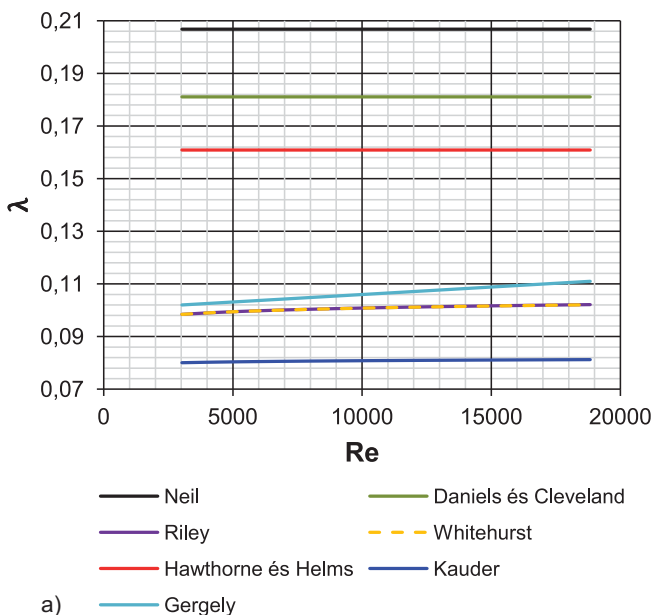
9. ábra. Mérési eredmények

Most már csak az a kérdés, hogy a kutatók összefüggései milyen egyezést mutatnak a saját mérési eredményeimmel?

A 10. ábrán láthatjuk az eredményeket. Az összehasonlító diagramnál megjegyezendő, hogy bár *Kauder* egyenletének érvényességi tartományán kívül esik az esetünkben vizsgált tartomány (pl.  $5 \cdot 10^4 > Re$ ), ettől függetlenül az ő összefüggését is feltüntettem. A diagramok közötti különbség abból adódhat, hogy a kutatók által vizsgált hullámos falú csővezetékek geometriai kialakításukat tekintve nagyon nagy valószínűséggel eltérők voltak. Ezek olyan tulajdonságok, amely jellemzőket bizonyos összefüggések nem vesznek figyelembe, mint például azt, hogy a hullámos fal jellege gyűrűs vagy spirális. Az is kérdéses, hogy a hullámprofil kialakítása milyen: szögletes vagy lekerekített, továbbá, hogy jellemezhető-e kúpszöggel (lásd: 4.c) ábra)?

### 5. Összegzés

A csőszűrlődési tényező meghatározása igen nagy körültekintést igényel, nagyon fontos, hogy a megfelelő modell kerüljön



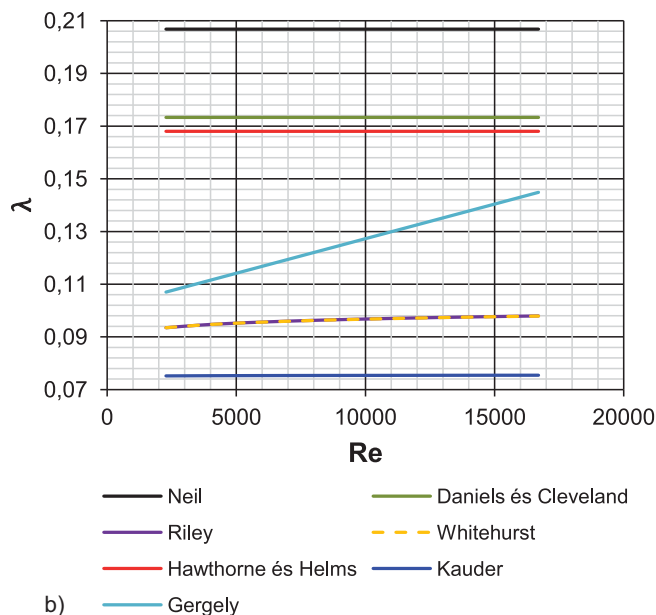
alkalmazásra, máskülönben hibás eredményre jutunk. A felületi érdesség, vagy hullámprofil mélység (hullám magasság) jellege nagyban befolyásolja a csőszűrlődési tényezőt. A legtöbb épületgépészeti feladat megoldható a *Colebrook-White*-egyenlettel, de nem minden esetben. A tervezőmérnök dolga eldönteni, hogy az adott munkánál mennyire kell precízen eljárni, illetve az ő döntése a mérlegelés, meghatározni, mikor, milyen jellegű közelítésekkel lehet élni.

Például, ha egy gázkészülék fűtési előremenő-visszatérő vezetékpár bekötését ~ 0,5 – 0,5 m hosszú hullámos falú csővezetékekkel oldjuk meg (tehát a fix csatlakozás és a készülék közötti csőszakasz), nem feltétlen indokolt a precíz számítás, a hullámos falú csővezetékekre érvényes képletek alkalmazása, hiszen a teljes rendszer ellenállásának jellemzően csak kis hányadát képezi ez a szakasz (kis túlzással el is hanyagolható számításkor). Lesarkítva a dolgot, ha ilyen esetben a *Colebrook-White*-egyenletet alkalmazzuk, nem vétünk nagy hibát, annak ellenére, hogy a kereskedelmi forgalomban kapható inhomogén, természetes érdességű csővezetékek felületénél kialakuló örvénylések jellege markánsan eltér a hullámos falú csővezetékek hullámprofiljában létrejövő örvénylő folyadékreszcseke mezőtől. Tehát mint írtam, a döntés a tervezőmérnök dolga.

Vannak azonban olyan csőhálózatok, ahol a hullámos falú csővezeték ellenállása jelentős részét képezi az egész csőrendszernek. Ez esetben nem kérdés, hogy a megfelelő modellt alkalmazzuk. Ilyen jellegzetes példa lehet a távfűtő csőhálózatok egyes szakasza, vagy például flexibilis<sup>3</sup> égéstermék-elvezető rendszer alkalmazása az égéstermék elvezetésére.

A hullámprofil kialakítása nagyban befolyásolja a csőszűrlődési tényezőt. Azt is láthatjuk, hogy a *Reynolds*-számtól nem független a csőszűrlődési tényező, így azoknak a kutatóknak az eredményei, akik a *Re*-számtól függetlenítették a hullámos falú csővezetékek csőszűrlődési tényezőjét, fenntartással kezelendők.

<sup>3</sup>A flexibilis égéstermék-elvezető csőrendszerek geometriai kialakítását tekintve hullámos falúak



10. ábra. A csőszűrlődési tényezők összevetése a) DN16 b) DN20

A kutatók eredményei közötti különbség a csővezetékek geometriai kialakításának eltéréseiből adódik. Ezért lenne praktikus, hogy minden csővezetékgyártó cég a saját csővezetékeire meghatározza a csősúrlódási tényező számítására vonatkozó képletet a Re-szám függvényében, és ne csak adott közegre és hőmérsékletre történjen adatszolgáltatás, ami jellemzően csak egy diagramból áll, amelynek alkalmazhatósága amúgy is korlátozott.

### Irodalom

1. Dr. Garbai László: Hidraulikai számítások az épületgépészetben és az energetikában. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2007.
2. Heinz Zöbel, Julius Kruschik: Áramlás csövekben és szelepekben. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986
3. Dr. Németh Endre: Hidromechanika Tankönyvkiadó, Budapest, 1963
4. J. Nikuradse: Laws of flow in rough pipes (Translation of "Strömungsgesetze in rauhen Röhren." VDI-Forschungsheft 361. Beilage zu „Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens" Ausgabe B Band 4, July/August 1933.), Washington, 1950
5. Bohl, Willi: Műszaki áramlástan Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983
6. Bánki Donát: Energia-átalakulások folyadékokban „Franklin-Társulat, Magyar Irod. Intézet és Könyvnyomda kiadása”, Budapest, 1920
7. Korényi Zoltán, Tolnai Béla: Az áramlás- és hőtechnika nagyjai. Műegyetemi Könyvkiadó, Budapest, 2007
8. Bruno Eck: Technische Strömungslehre Band 1: Grundlagen Springer-Verlag, Berlin, 1988
9. Bruno Eck: Technische Strömungslehre Band 2: Anwendungen Springer-Verlag, Berlin, 1988
10. Dipl.-Ing. Nico Dittmar: Thermohydraulische Optimierung von Flüssigheliumtransferleitungen (Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.) angenommene Dissertation), Technischen Universität Dresden, 2015
11. Kenneth Lloyd Riley: Flow Losses in Flexible Hose Louisiana State University and Agricultural & Mechanical College (LSU Historical Dissertations and Theses. 1313), 1967
12. Bernd Glück: Hydrodynamische und Gasdynamische Rohrströmung, VEB Verlag Bauwesen, Berlin, 1988
13. Dr. Gruber József, Dr. Blahó Miklós: Folyadékok mechanikája Tankönyvkiadó, Budapest, 1956
14. Ove Bratland: Pipe Flow I. (Single-phase Flow Assurance), Ove Bratland, 2009
15. Dr. Czibere Tibor: Áramlástan Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2007
16. L. G. Lojczanskij: Folyadékok és gázok mechanikája Akadémiai Kiadó, Budapest, 1956
17. Ghanbari A., Farshad F. Fred\* and Rieke H. H.: Newly developed friction factor correlation for pipe flow and flow assurance-24442 Caswell Ct, Laguna Niguel, CA 92677, USA - Journal of Chemical Engineering and Materials Science Vol. 2(6), pp. 83-86, June 2011
18. Achanta Ramakrishna Rao and Bimlesh Kumar: Friction Factor for Turbulent Pipe Flow
19. Glenn O. Brown: The History of the Darcy-Weisbach Equation for Pipe Flow Resistance
20. D. W. Schroeder, Jr., GL Noble Denton: A Tutorial on Pipe Flow Equations
21. Henrique S. de Azevedo, Mariana M. Franco, Rigoberto E. M. Morales, Admilson T. Franco, Silvio L. M. Junqueira, Raul H. Erthal: Flow Pattern and Friction Measurements of Turbulent Flow in Corrugated Pipes, 20th International Congress of Mechanical Engineering, Gramado, RS, Brazil, 2009
22. BRUGG PIPESYSTEM: Wellrohrkompetenz / Verlege Hinweise, 2009

